

(19) 日本国特許庁 (J P)

(12) 公開特許公報 (A)

(11) 特許出願公開番号

特開平9-101136

(43) 公開日 平成9年(1997)4月15日

(51) Int.Cl.<sup>6</sup>

G 0 1 B 21/20

識別記号

庁内整理番号

F I

G 0 1 B 21/20

技術表示箇所

A

審査請求 未請求 請求項の数2 F D (全 6 頁)

(21) 出願番号 特願平7-284489

(22) 出願日 平成7年(1995)10月4日

特許法第30条第1項適用申請有り 平成7年9月1日  
高分子学会発行の「高分子学会予稿集 44巻9号」に発表

(71) 出願人 390014535

新技術事業団

埼玉県川口市本町4丁目1番8号

(72) 発明者 西川 幸宏

奈良県奈良市西大寺南町3番8-812号

(74) 代理人 弁理士 小倉 亘

(54) 【発明の名称】 三次元曲率の測定方法

(57) 【要約】

【目的】 三次元曲率を精度良く求め、物体の曲面形状を把握する。

【構成】 被測定対象である物体の注目点  $p(0, 0)$  を通る複数の経路  $u, v$  を想定し、経路  $u, v$  を表す関数  $p(u, 0), p(0, v)$  の一次微分  $p_u(u, 0), p_v(0, v)$  及び二次微分  $p_{uu}(u, 0), p_{vv}(0, v)$  から次のパラメータ  $E(=p_u \cdot p_u), F(=p_u \cdot p_v), G(=p_v \cdot p_v), L(=p_{uu} \cdot e), N(=p_{uv} \cdot e)$  を求め、次のフィッティング関数を使用して平均曲率  $H$  及びガウス曲率  $K$  を求める。  
$$f(i, H, K) = 4F_i^2 \{L_i N_i - K(E_i G_i - F_i^2)\}^2 - \{E_i N_i + G_i L_i - 2H(E_i G_i - F_i^2)\}^2$$

【効果】 測定された曲率は物体の形状認識に使用され、構造強度等の算出基礎として利用される。

## 【特許請求の範囲】

【請求項1】 被測定対象である物体の形状を測定して三次元形状データを得、この三次元形状データから多角形集合体を再構成し、三次元曲率を求める注目点p

(0, 0)を定め、その注目点p(0, 0)を通る複数\*

$$\begin{aligned} E &= p_u \cdot p_u, & F &= p_u \cdot p_v, & G &= p_v \cdot p_v, \\ L &= p_{uu} \cdot e, & N &= p_{vv} \cdot e \end{aligned}$$

(ただし、eは、 $(p_u \times p_v) / |p_u \times p_v|$ で表される法線ベクトル)

パラメータE, F, G, L, Nから次式のフィッティング関数を使用して平均曲率H及びガウス曲率Kを求めることを特徴とする三次元曲率の測定方法。

$$f(i, H, K) = 4F_i^2 \{L_i N_i - K(E_i G_i - F_i^2)\}^2 - \{E_i N_i + G_i L_i - 2H(E_i G_i - F_i^2)\}^2$$

(ただし、iは、経路の組合せを示す。)

【請求項2】 請求項1記載の注目点p(0, 0)を通る3つ以上の経路を想定し、2種類以上の経路の組合せで平均曲率H及びガウス曲率Kを求めることを特徴とする三次元曲率の測定方法。

## 【発明の詳細な説明】

【0001】

【産業上の利用分野】本発明は、曲面で構成された各種物体や地形等の三次元曲率を測定する方法に関する。

【0002】

【従来の技術】物体の形を測定するとき、寸法計測の外に球、立方体等といった大まかな形状を測定している。しかし、曲率は、具体的な測定手段がないことから、実際的には測定していないのが通常である。従来の方法では、二次元の曲率を測定できても、三次元の曲率を測定することは極めて困難である。三次元曲率を測定する従来法としては、界面からある距離だけ離れた位置に別の曲面を仮定し、その仮想曲面の面積と元の曲面の面積とを比較することにより、曲面の平均曲率Hやガウス曲率Kを求めることが知られている。この場合、元の曲面の面積をS<sub>0</sub>とすると、そのときの仮想曲面の面積Sは、元の曲面からの距離dを用いて次式で表される。ただし、距離dは、元の曲面の表側に仮想曲面を想定すると※

$$\begin{aligned} E &= p_u \cdot p_u, & F &= p_u \cdot p_v, & G &= p_v \cdot p_v, \\ L &= p_{uu} \cdot e, & N &= p_{vv} \cdot e \end{aligned}$$

(ただし、eは、 $(p_u \times p_v) / |p_u \times p_v|$ で表される法線ベクトル)

パラメータE, F, G, L, Nから次式のフィッティング★

$$f(i, H, K) = 4F_i^2 \{L_i N_i - K(E_i G_i - F_i^2)\}^2 - \{E_i N_i + G_i L_i - 2H(E_i G_i - F_i^2)\}^2 \dots (3)$$

(ただし、iは、経路の組合せを示す。)

測定精度を上げるためには、注目点p(0, 0)を通る3つ以上の経路を想定し、2種類以上の経路の組合せで平均曲率H及びガウス曲率Kを求めることが好ましい。

【0005】

\*の経路u, vを想定し、経路u, vを表す関数式p

(u, 0), p(0, v)を求め、関数式p(u, 0), p(0, v)の一次微分p<sub>u</sub>(u, 0), p<sub>v</sub>(0, v)及び二次微分p<sub>uu</sub>(u, 0), p<sub>vv</sub>(0, v)から次のパラメータE, F, G, L, Nを求め、

※きは正、裏側に仮想曲面を想定するときは負とする。この式から平均曲率Hやガウス曲率Kが求められる。

$$S = S_0 \cdot (1 \pm 2d \langle H \rangle + \langle K \rangle d^2) \quad [0003]$$

【発明が解決しようとする課題】しかし、各種曲面で構成された複雑な物体の形状を測定しようとする、単純な寸法計測だけでは、物体の形状を十分に表すことができない。しかも、自然界には、人体、動植物、地形等を始めとして複雑な曲面で構成された物体の方が圧倒的に多い。そこで、これら物体の形状を把握するためには、三次元曲面を正確に測定する必要が生じる。この点、前掲した三次元曲率を測定する従来法では、双曲面の曲率測定が原理的に不可能であることに加え、局所的な曲率を求めることができないという欠点もある。本発明は、このような問題を解消すべく案出されたものであり、曲面上の経路を測定又は計算し、それらの経路の交点で三次元曲率を求めることにより、物体の形状に拘らず、全体的或いは局所的な二次元及び三次元曲率を高精度で求めることを目的とする。

【0004】

【課題を解決するための手段】本発明の三次元曲率の測定方法は、その目的を達成するため、被測定対象である物体の形状を測定して三次元形状データを得、この三次元形状データから多角形集合体を再構成し、三次元曲率を求める注目点p(0, 0)を定め、その注目点p(0, 0)を通る複数の経路u, vを想定し、経路u, vを表す関数式p(u, 0), p(0, v)を求め、関数式p(u, 0), p(0, v)の一次微分p<sub>u</sub>(u, 0), p<sub>v</sub>(0, v)及び二次微分p<sub>uu</sub>(u, 0), p<sub>vv</sub>(0, v)から次のパラメータE, F, G, L, Nを求め、

★関数を使用して平均曲率H及びガウス曲率Kを求めることを特徴とする。

【作用】曲面は、一般にベクトルp(u, v)としてパラメータ表示される。u, v座標の採り方は任意であり、微分幾何の第1, 第2基本形式のパラメータE,

F, G, L, M, Nが次のように表される。ただし、e

は、 $(p_u \times p_v) / |p_u \times p_v|$ で表される法線ベ

クトルであり、サブスクリプトは偏微分を意味する。

$$\begin{aligned} E &= p_u \cdot p_u, & F &= p_u \cdot p_v, & G &= p_v \cdot p_v, \\ L &= p_{uu} \cdot e, & M &= p_{uv} \cdot e, & N &= p_{vv} \cdot e \end{aligned}$$

E, F, Gは、注目点を曲面に沿って移動させたとき、注目点での接平面の変化の状況に対応する。また、L, M, Nは、法線ベクトルが曲面に沿ってどのように変化していくかに対応する。これらのパラメータは、平均曲率H, ガウス曲率K等の幾何学的パラメータを表現するのに好適なパラメータであり、特に平均曲率H及びガウス

※ 曲率KはE, F, G, L, M, Nで単純に書き下すことができる。

【0006】平均曲率H及びガウス曲率Kは、これらのパラメータを使用して次式(1)及び(2)で表示される。ただし、 $\kappa_1$  及び  $\kappa_2$  は、曲面上のある点を通過する測地線の曲率のうち、最大又は最小の主曲率である。

$$H = \frac{1}{2} (\kappa_1 + \kappa_2) = \frac{EN + GL - 2FM}{2(EG - F^2)} \quad \dots (1)$$

$$K = \kappa_1 \cdot \kappa_2 = \frac{LN - M^2}{EG - F^2} \quad \dots (2)$$

そこで、曲面上のある点を注目点  $p(0, 0)$  とし、注目点  $p(0, 0)$  での曲率を算出することとする。先ず、曲面  $p$  上で注目点  $p(0, 0)$  を含む二つの経路  $u, v$  を想定する。経路  $u, v$  は、曲面をカットし、その断面上での経路として定義することができる。各経路  $u, v$  を曲線として適当な関数でフィッティングさせることにより、曲面  $p(u, 0)$  及び  $p(0, v)$  が近似的に表される。更に、一次微分及び二次微分によって  $p_u(u, 0), p_v(0, v), p_{uu}(u, 0), p_{vv}$  ※

※  $(0, v)$  が求められるため、注目点  $p(0, 0)$  におけるパラメータE, F, G, L, Nが定まる。

【0007】平均曲率H及びガウス曲率Kは、経路の選択に影響されない曲率であることから、前掲の式(1)及び(2)から求めることができる。たとえば、式

(1)及び(2)を変形してパラメータMを消去するときにより、次式(3)をフィッティング関数としてH及びKを求める。ただし、式(3)における  $i$  は、経路の組合せを示す。

$$\begin{aligned} f(i, H, K) &= 4F_i^2 \{L_i N_i - K(E_i G_i - F_i^2)\}^2 \\ &\quad - \{E_i N_i + G_i L_i - 2H(E_i G_i - F_i^2)\}^2 \quad \dots (3) \end{aligned}$$

このようにして、本発明によると、三次元的な曲面形状を表すのに必要な平均曲率H及びガウス曲率Kが求められる。ここで、測定精度を向上させるためには、数種類の経路を組み合わせる平均曲率H及びガウス曲率Kを算出することが好ましい。具体的には、3つ以上の経路を想定し、2種類以上の組合せで算出する。しかし、曲面形状によっては、複数の組合せを考える必要なく、1種類の組合せで十分に精度良く平均曲率H及びガウス曲率Kを測定できる場合もある。

【0008】本発明は、たとえば図1に示す設備構成の装置を使用し、各種物体の曲率が測定される。この三次元曲率測定装置は、三次元形状測定装置1、その制御装置2及び解析ユニットから構成されている。三次元形状測定装置1は、被測定物体4の表面の位置を三次元移動可能な接触子5や光学的手段等によって測定する装置である。接触子5を使用する場合、制御装置2からの信号に従って接触子5が移動し、被測定物体4との接触/非接触を検出する。検出信号は制御装置2に入力され、被測定物体4の表面の位置が測定される。この操作を被測定物体4の表面全体に対して行うことにより、被測定物体4の表面形状が把握される。得られた形状データは、解析ユニット3に送られ、解析ユニット3で測定結果から被測定物体4の形状をポリゴンと呼ばれる多角形の集合体として再構成する。このとき、三次元曲率を測定す

る注目点を選び、その注目点でのおおよその法線ベクトルを注目点の回りのポリゴンのそれぞれの法線ベクトルの平均として算出し、暫定法線ベクトルを定める。

【0009】次いで、暫定法線ベクトルと注目点を含む面によって切り取られる形状データを経路とし、三次スプライン関数等の適当な関数でフィッティングさせる。暫定法線ベクトルと注目点を含む面には、暫定法線ベクトルの周りに関する自由度があるので、角度を変えて断面を計算し、複数の経路とその関数形を求める。このようにして求めた経路の組合せから、組合せそれぞれに対して前述したパラメータE, F, G, L, Nを求める。そして、これらパラメータE, F, G, L, Nを用い、前掲(3)式から平均曲率H及びガウス曲率Kをフィッティングによって求める。求められた平均曲率H及びガウス曲率Kは、種々の分野で利用される。たとえば、平均曲率Hと表面張力とを組み合わせるとき、曲面の表及び裏に加わる圧力の差に対応する値が求められる。したがって、平均曲率Hからその曲面上での負荷のかかり具合を知ることができる。逆に、負荷の許容量が判っている場合には、その曲面の強度を推測できる。他方、ガウス曲率Kは、曲面の畳み込まれ具合を表し、地図・地形等の解析に重要な指標として使用される。たとえば、山間を縫うように走る道路やカーブの多い道路では、曲面が複雑になるほど地図上の距離と実際の距離の差が大き

なる。このような地形の解析に際しガウス曲率Kを使用すると、実際の距離や左右のカーブの量が正確に解析される。

【0010】

【実施例】

実施例1：本実施例では、球の三次元曲率を測定した。測定に使用した球のデータを図2に三次元表示する。データの全体は立方体をしており、データのフレームの一  
遍の長さを1とすると、球の半径は0.3である。データは、 $64 \times 64 \times 40$ 個の配列データから成り立っており、これはレーザ走査共焦点顕微鏡で測定されたデータに対応している。球の表面を細かな多角形で近似し、三次元デジタルで球の表面をトレースし、三次元形状を測定した。測定された三次元形状から本発明に従って解析した三次元曲率を図3に示す。このとき、球の表面上の点を無作為に選び、曲率測定を適用した。平均曲率を横軸に、ガウス曲率を縦軸にとり、結果をプロットした。また、選択する点を1000点とることによって、曲率の分布を求めた。被測定物体が球であることから、平均曲率がおおよそ3.3、ガウス曲率がおおよそ1  
1.1になる筈であるが、データに多少のバラツキがみられた。バラツキの中心は、座標点で(3.5, 1.0)近傍に位置していた。

【0011】他方、従来の曲率測定に使用されている式  $S = S_0 (1 \pm 2d \langle H \rangle + \langle K \rangle d^2)$  に従って平均曲率及びガウス曲率を求めた。ここでは図3に示すように式の変数dを横軸にとり、dを変化させて仮想曲面の面積Sを測定し、平均曲率H及びガウス曲率Kを見積もっている。dの方向としては法線ベクトルが通常用いられるが、一般の物体では法線ベクトルの測定が困難である。そこで、デジタル化した曲面のデータからおおまかな法線ベクトルの方向を見積もって使用したが、その精度は十分とはいえない。すなわち、従来法では、法線ベクトルの情報が必要であり、一般にはその測定が困難である。この対比から、従来法では法線ベクトルの精度が重要であるが、本発明によるとき、高精度の法線ベクトルを必要とせず、安定した結果が得られることが判る。

【0012】実施例2：本実施例では、円柱の三次元曲率を測定した。測定に使用した円柱のデータを図5に三次元表示する。データのフレームの一  
遍の長さを1とすると、円柱の半径は0.3である。円柱の長さはデータ全体であることから1であるが、これは三次元曲率に影響を与えない。本発明に従って測定した三次元曲率を、実施例1と同じ形式で図6に示す。被測定物体が円柱であることから、平均曲率は1.3、ガウス曲率は0である。図6に示されるように三次元曲率にバラツキがあるものの、分布の中心ではほぼ正しい値になっている。この場合のバラツキは、計算上の誤差に起因するものであり、曲面データの測定精度によって改善される。他方、従来法で測定した三次元曲率は、図7に示すよう

に法線ベクトルが非常に小さい領域において高精度で曲率を決定しているが、その範囲が非常に狭い。これは、仮想曲面が実際の曲面から離れすぎると異常な値が得られることを示しており、仮想曲面を想定すること自体が技術的な困難を含んでいることを意味する。これに対し、本発明では、法線ベクトルを必要としないことから、図6に示すように高精度の測定結果が得られる。

【0013】実施例3：本実施例では、ギロイドの三次元曲率を測定した。測定対象のギロイドは、平均曲率が0であるような極小曲面で周期的な三次元ネットワークをもつ形状であり、そのデータを図8に三次元表示する。本発明に従って測定した三次元曲率を、実施例1と同じ形式で図9に示す。測定結果は、平均曲率  $H \approx 0$ 、ガウス曲率  $K \approx 0$  に分布の中心があり、信頼性の高いものであることが判る。他方、従来法で測定した三次元曲率を、実施例1と同じ形式で図10に示す。図10では、法線ベクトルの長さが非常に小さい領域で良好な結果になっているようにみられるが、実際の面積測定の結果から信頼性のある値でないことが判った。また、法線ベクトルの長さが大きく精度のでやすい領域では、信頼性のない値になっていた。このように平均曲率が実質上0になると、実曲面と仮想曲面の面積の差が非常になくなることから、従来法では測定誤差に埋もれてしまい、正しい曲率を求めることができなくなる。以上の各実施例から、本発明に従った測定法では、いかなる図形に対しても一定の精度で三次元曲率を測定できることが確認された。

【0014】

【発明の効果】以上に説明したように、本発明においては、被測定対象である物体の注目点を通る複数の経路を想定し、その経路上の曲面データを測定することによって、物体の二次元及び三次元的な曲率を求めている。この方式によるとき、曲面全体を一つの関数で表示する必要がなく、また正確な法線の方向を知ることが必要とせず、三次元曲率という幾何学的な量をパラメータとして物体形状を測定、認識できる。このようにして得られた測定結果は、たとえば物体の構造強度の計算、地図、地形の解析等に利用される。

【図面の簡単な説明】

【図1】 本発明を実施するための設備構成を示す例

【図2】 本発明実施例1で被測定対象として使用した球

【図3】 実施例1の球の平均曲率とガウス曲率との関係

【図4】 実施例1の球を従来法で測定したときの法線ベクトル長さと平均曲率、ガウス曲率との関係

【図5】 本発明実施例2で被測定対象として使用した円柱

【図6】 実施例2の円柱の平均曲率とガウス曲率との関係

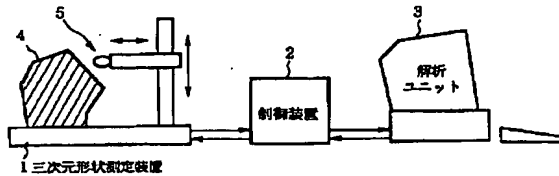
【図7】 実施例2の円柱を従来法で測定したときの法線ベクトル長さと平均曲率、ガウス曲率との関係

【図8】 本発明実施例3で被測定対象として使用したギロイド

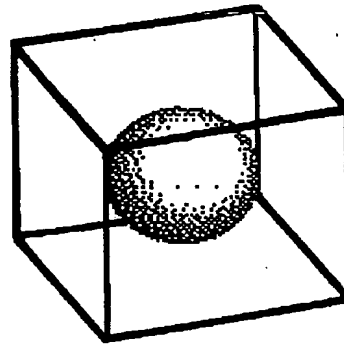
\*【図9】 実施例3のギロイドの平均曲率とガウス曲率との関係

\*【図10】 実施例3のギロイドを従来法で測定したときの法線ベクトル長さと平均曲率、ガウス曲率との関係

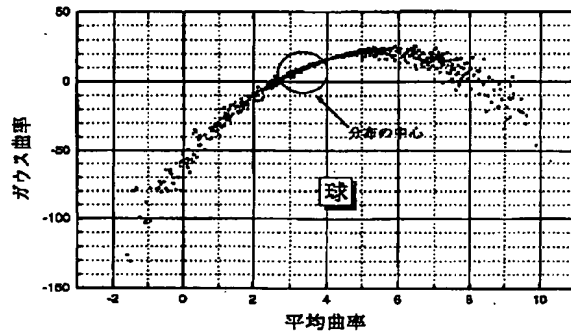
【図1】



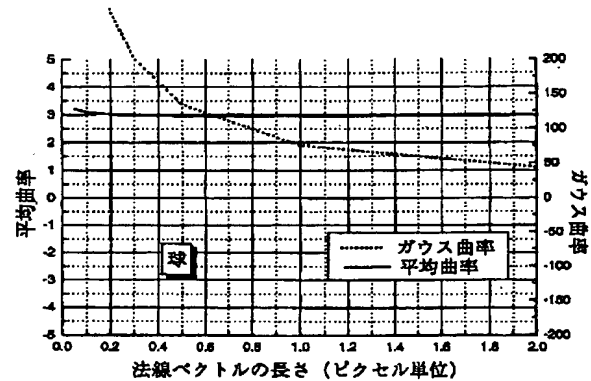
【図2】



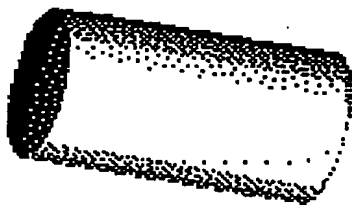
【図3】



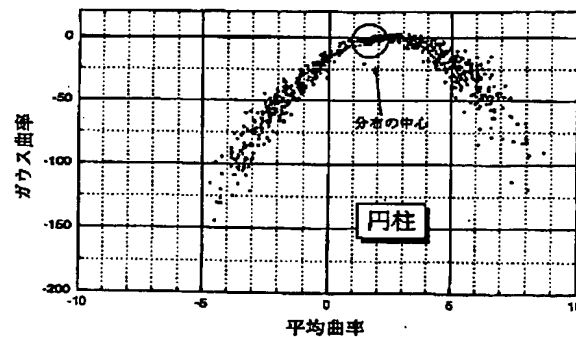
【図4】



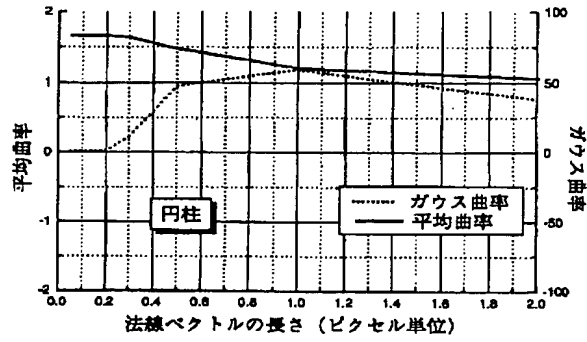
【図5】



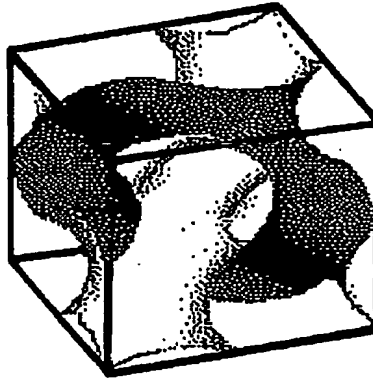
【図6】



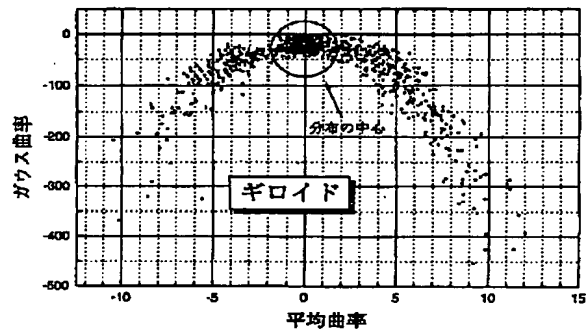
【図7】



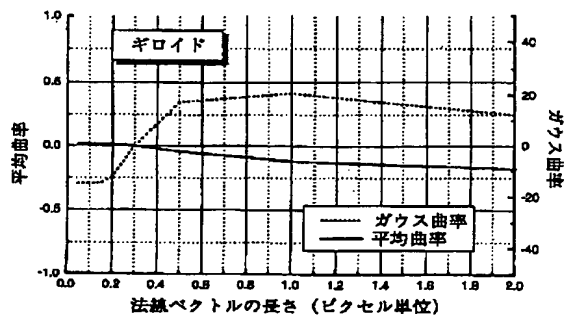
【図8】



【図9】



【図10】



【公報種別】特許法第17条の2の規定による補正の掲載

【部門区分】第6部門第1区分

【発行日】平成11年(1999)11月5日

【公開番号】特開平9-101136

【公開日】平成9年(1997)4月15日

【年通号数】公開特許公報9-1012

【出願番号】特願平7-284489

【国際特許分類第6版】

G01B 21/20

【F I】

G01B 21/20 A

【手続補正書】

【提出日】平成11年2月9日

【手続補正1】

【補正対象書類名】明細書

【補正対象項目名】0008

【補正方法】変更

【補正内容】

【0008】本発明は、たとえば図1に示す設備構成の装置を使用し、各種物体の曲率が測定される。この三次元曲率測定装置は、三次元形状測定装置1、その制御装置2及び解析ユニット3から構成されている。三次元形状測定装置1は、被測定物体4の表面の位置を三次元移動可能な接触子5や光学的手段等によって測定する装置である。接触子5を使用する場合、制御装置2からの信号に従って接触子5が移動し、被測定物体4との接触/非接触を検出する。検出信号は制御装置2に入力され、被測定物体4の表面の位置が測定される。この操作を被測定物体4の表面全体に対して行うことにより、被測定物体4の表面形状が把握される。得られた形状データは、解析ユニット3に送られ、解析ユニット3で測定結果から被測定物体4の形状をポリゴンと呼ばれる多角形の集合体として再構成する。このとき、三次元曲率を測定する注目点を選び、その注目点でのおおよその法線ベクトルを注目点の回りのポリゴンのそれぞれの法線ベクトルの平均として算出し、暫定法線ベクトルを定める。

【手続補正2】

【補正対象書類名】明細書

【補正対象項目名】0011

【補正方法】変更

【補正内容】

【0011】他方、従来の曲率測定に使用されている式  $S = S_0 \cdot (1 \pm 2d \langle H \rangle + \langle K \rangle d^2)$  に従って平均曲率及びガウス曲率を求めた。ここでは図4に示すように式の変数  $d$  を横軸にとり、 $d$  を変化させて仮想曲面の面積  $S$  を測定し、平均曲率  $H$  及びガウス曲率  $K$  を見積も

っている。 $d$  の方向としては法線ベクトルが通常用いられるが、一般の物体では法線ベクトルの測定が困難である。そこで、デジタル化した曲面のデータからおおまかな法線ベクトルの方向を見積もって使用したが、その精度は十分とはいえない。すなわち、従来法では、法線ベクトルの情報が必要であり、一般にはその測定が困難である。この対比から、従来法では法線ベクトルの精度が重要であるが、本発明によるとき、高精度の法線ベクトルを必要とせず、安定した結果が得られることが判る。

【手続補正3】

【補正対象書類名】明細書

【補正対象項目名】0012

【補正方法】変更

【補正内容】

【0012】実施例2：本実施例では、円柱の三次元曲率を測定した。測定に使用した円柱のデータを図5に三次元表示する。データのフレームの一遍の長さを1とすると、円柱の半径は0.3である。円柱の長さはデータ全体であることから1であるが、これは三次元曲率に影響を与えない。本発明に従って測定した三次元曲率を、実施例1と同じ形式で図6に示す。被測定物体が円柱であることから、平均曲率は1.3、ガウス曲率は0である。図6に示されるように三次元曲率にバラツキがあるものの、分布の中心ではほぼ正しい値になっている。この場合のバラツキは、計算上の誤差に起因するものであり、曲面データの測定精度によって改善される。他方、従来法で測定した三次元曲率は、図7に示すように法線ベクトルが非常に小さい領域において高精度で曲率を決定しているが、その範囲が非常に狭い。これは、仮想曲面が実際の曲面から離れすぎると異常な値が得られることを示しており、仮想曲面を想定すること自体が技術的な困難を含んでいることを意味する。これに対し、本発明では、法線ベクトルを必要としないことから、図6に示すように高精度の測定結果が得られる。